

ALGEBRAICKÉ VÝRAZY**Algebraický výraz**

určit hodnotu výrazu;
 určit nulový bod výrazu;
 určit definiční obor výrazu,
 sestavit výraz, interpretovat výraz,
 modelovat reálné situace užitím výrazů

Mnohočleny

užít pojmy člen, koeficient, stupeň mnohočlenu;
 provádět operace s mnohočleny, provádět umocnění dvojčlenu pomocí vzorců;
 rozložit mnohočlen na součin vytýkáním a užitím vzorce.

Lomené výrazy

provádět operace s lomenými výrazy;
 určit definiční obor lomeného výrazu.

Výrazy s mocninami a odmocninami

provádět operace s výrazy obsahujícími mocniny a odmocniny
 určit definiční obor výrazu s mocninami a odmocninami

1) Umocněte: $\left(\frac{1}{4}x + 2y^2\right)^2 =$

2) Doplňte chybějící členy: $(-6xy + 0,25y^2) = (\quad)^2$

3) Rozložte na součin:

a) $162f^4e - 32e =$

b) $(5x + 3)^2 - 25x^2 =$

c) $x^4 + x^2 + 1 =$

návod: $x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 =$

4) Kraťte a uveďte podmínky, za kterých je výraz definován

a) $\frac{16s^4 - r^2}{32s^4 - 16s^2r + 2r^2} =$

b) $\frac{4 - 9b^2}{4a + 6ab + 10c + 15bc} =$

c) $\frac{a^3 + a^2 + a + 1}{a^4 - 1} =$

d) $\frac{4b + ab - ac - 4c}{a^2 + 8a + 16} =$

e) $\frac{a^2 + 12a + 36}{a^2 + 4a - 12} =$

5) Upravte a určete podmínky:

a) $\frac{(2-b)^{-1}}{(4+4b+b^2) \cdot (b^2-4)^2} =$

$2-b$

b) $\frac{2a+18}{a^2-9} + \frac{7}{a+3} - \frac{4}{a-3} =$

$\frac{5}{a+3}, a \neq \pm 3$

6) Zjednodušte a určete podmínky:

$$\text{a) } \frac{\frac{3x}{x-1} + 1}{\frac{5x}{x+1}}$$

$$x \in \mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$$

$$\text{b) } 3x \cdot \frac{2x-4}{6} - \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\text{c) } \frac{4a - \frac{1}{a}}{4a + 2}$$

$$\text{f) } \frac{x^2 - y^2}{zx - z^2} \cdot \frac{x^2 - z^2}{x - y} \cdot \left(z - \frac{xz}{x+z}\right) =$$

$$\text{g) } \frac{1-x^2}{1+y} \cdot \frac{1-y^2}{x+x^2} \cdot \left(1 + \frac{x}{1-x}\right) =$$

$$\text{h) } \frac{3a+2c}{a-5c} : \frac{9a+6c}{2a-10c} =$$

$$\text{i) } \frac{a^2 - ab}{b} : \frac{ab - b^2}{ab} =$$

$$\text{j) } 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{m}}} =$$

$$\text{k) } \frac{4b + ab - ac - 4c}{2 + 2b} : \frac{b^2 - c^2}{b^2 + b} =$$

$$\text{l) } \frac{b^4 - 16}{3b^2 + 12} \cdot \frac{2}{b^2 + 4b + 4} =$$

$$\text{m) } \frac{3a - b + 3a^2 - ab}{a^4 - 1} : \frac{b - 3a}{a^2 + 1} =$$

$$\text{n) } \left(-\frac{2x}{1-4x+4x^2} + \frac{4x^2+2x}{4x^2-1}\right) : \frac{2x+2}{8x-4} =$$

$$\text{o) } \frac{x+1}{1-x} - \frac{1-x}{x+1} - \frac{(1-x)^2}{x^2-1} =$$

$$\text{d) } \left(m + \frac{m}{m-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{m^2}\right) =$$

$$\text{e) } \frac{ab - b^2}{a} : \frac{ax - bx - b + a}{a^2 - ab} =$$

$$\text{f) } a^{1+\sqrt{3}} \cdot a^{1-\sqrt{3}} \cdot (a^2)^{-1} =$$

$$\text{g) } \left(a^{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$$

Téma č. 5: Algebraické výrazy

- 7) Rozhodněte, čemu je roven rozdíl $c - b$, pokud pro každé $x, c, b \in R$ platí rovnost

$$x^2 + 7x + c = (x + b)^2 \qquad c - b = \frac{49}{4} - \frac{7}{2} = \frac{35}{4}$$

- 8) Na dětském táboře měli připraveno na nedělní oběd m kg masa pro k skautů. Během týdne se však dva skauti zranili a v neděli neobědvali. Určete výrazem, o kolik se zvýšila

hmotnost jedné porce masa.
$$\frac{2m}{k \cdot (k - 2)}$$

- 9) Je dán výraz $\frac{x^2 - x - 6}{2x^2 - 12x + 18}$ s proměnnou $x \in R$.

- a) Určete, za jakých podmínek má výraz smysl
 b) Určete, pro které hodnoty proměnné x má výraz hodnotu 0.
 c) Určete, pro které hodnoty proměnné x má výraz hodnotu 0,5.

- d) Určete, hodnotu výrazu pro $x = -2$
$$x \neq 3, x = 2, x \in \left\{ \right\}, -\frac{1}{2}, 0$$

- 10) Určete zbytek po dělení $(x^3 - 7x + 6) : (x - 1)$

- 11) Pro výraz $3x^4 - 2x^2 + 5$ určete koeficient lineárního a kvadratického členu.

- 12) Pro každé reálné číslo jsou dány výrazy: $P(x) = 3x^2 - 4x + 2$ a $Q(x) = x^3 - x^2 - 1$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda jsou pro součin $P(x) \cdot Q(x)$ pravdivé.

- a) stupeň mnohočlenu je 14
 b) jeden z koeficientů mnohočlenu je číslo 7
 c) jeden z členů mnohočlenu je 4
 d) jeden z členů mnohočlenu je $6x^3$
 e) hodnota mnohočlenu pro $x = -1$ je -27

- 13) Jsou dány výrazy $T(a) = \frac{a^2}{1+a}$; $U(a) = \frac{a^2}{1+a^2}$; $V(a) = \frac{a^2}{(1+a)^2}$, seřaďte hodnoty výrazů

podle velikosti pro $a = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

- 14) Pro každé $x \in R$ je dán výraz $P(x) = 6x^2 + bx + 2$. Určete b tak, aby pro hodnotu výrazu platilo $P(-2) = 4$.
$$b = 11$$

- 15) Firma během roku nakoupila w osobních aut a o pětinu méně dodávek. Během roku mělo 35 % ze všech zakoupených vozidel poruchu. Určete výrazem s proměnnou w počet všech aut, která jezdila bez poruchy.
$$(0,64(w+0,8w)=1,17w)$$

- 16) Je dán výraz $(p + 2q)^2$, vypočítejte, o kolik se zvětší jeho hodnota, jestliže se p zvětší o 1 a q zmenší o 2.
$$-6p - 12q - 9$$

- 17) Nádrž se plní několika stejně výkonnými čerpadly. Dvě čerpadla by prázdnou nádrž naplnila za x hodin. Vyjádřete v hodinách, za jak dlouho by prázdnou nádrž naplnilo n čerpadel.
$$\frac{2x}{n}$$

- 18) Zjednodušte:

a) $4^m \cdot (4^{m+1} - 3 \cdot 4^m)$
$$4^{2m}$$

b) $\sqrt{2d^3} \cdot \sqrt{18d}$
$$6d^2$$

- 19) Zjednodušte a запиšte jako mocninu celého čísla:
$$\frac{2^{u+1} \cdot 3^{u+1} - 6^u}{5 \cdot 6^{u-1}}$$

$$6$$

Téma č. 5: Algebraické výrazy

20) Jaká je hodnota výrazu $\frac{x^2}{1-x}$ pro $x = \sqrt{3} - 1$ (-2)

21) Je dán výraz $v(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$.

a) Zjednodušte výraz $v(x)$.

b) Určete, hodnoty výrazu $v(x)$ pro $x \in \{-1, 0, \sqrt{2}\}$.

c) Určete, pro která $x \in R$ platí $v(x) = 1$.

d) Určete, pro která $x \in R$ nabývá $v(x)$ nabývá nekladných hodnot.

22) Rovnost $(x^2 + 1)(x - a) + 2 = x^3 + 3x^2 + x + b$ platí pro všechna $x \in R$. Určete hodnoty parametrů a, b .

23) Zjednodušte výraz a uveďte podmínky:

a) $\frac{b}{b+2} - \frac{b^2 - 2b}{4 - b^2} =$

b) $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + y} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$

c) $\frac{x^{-2} - x^{-4}}{x^{-2} - 1} : \frac{1 - x^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{2}} - x^{-1}} =$

24) Za jistých podmínek nabývá výraz $v(a, x)$ konstantní hodnoty. Určete hodnotu této

konstanty a příslušné podmínky. $v(a, x) = \left[\frac{(1 + \sqrt{a})^2 - (a - \sqrt{ax}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{x})^{-1}}{(1 + \sqrt{a})^3 - a\sqrt{a} + 2} \right]^{-3}$ 27

25) Výrazy upravte na tvar u^x a určete x :

a) $\sqrt[5]{\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{-1}}{\sqrt[3]{a}}\right)^{-3}}$ $x = \frac{1}{2}$

b) $\left(\frac{ab^2}{2^{-2} \cdot 16}\right)^{-1} : \left(\frac{a^3b}{2}\right)^{-2}$ $x = 5$

26) Zjednodušte: $\frac{3^{x+2} + 11 \cdot 3^x}{4 \cdot 6^x + 6^{x+1}}$ 2^{1-x}

27) Upravte a určete podmínky:

a) $\frac{x^{-2} - x^{-4}}{x^{-2} - 1} : \frac{1 - x^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{2}} - x^{-1}} =$

b) $\sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{b^{-1}} : \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{a^3} + \sqrt[6]{b} : b = a, b \in R^+$

c) $a^{1+\sqrt{3}} \cdot a^{1-\sqrt{3}} \cdot (a^2)^{-1} =$

d) $(a^{\sqrt{3}+\sqrt{2}})^{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$

29) Upravte a určete podmínky:

$$a) \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right)^2 + \left(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^2 =$$

$$b) \left(\frac{a}{b} \sqrt[3]{\frac{b^4}{a^2}}\right) : \left(\frac{a^2}{b} \sqrt[3]{\frac{a^7}{b^2}} \cdot \frac{b^2}{a^4} \sqrt[3]{\frac{a^{10}}{b^5}}\right) =$$

$$c) \frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}} \cdot a^{\frac{1}{4}}}{\left(b^{\frac{1}{3}}\right)^2} : \left[b^{\frac{2}{3}} \cdot (b^{-1})^{-2}\right] =$$

$$d) \left(a + b^{\frac{3}{2}} : \sqrt{a}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}\right)^{\frac{2}{3}} = \text{Po96/22 } (a-b)^{\frac{2}{3}}$$

30) Rovnost $(x^2 + 1)(x - a) + 2 = x^3 + 3x^2 + x + b$ platí pro všechna $x \in \mathbb{R}$. Určete hodnoty parametrů a, b .

31) Zjednodušte výraz a uveďte podmínky:

$$a) \frac{1 + \frac{3}{a}}{\frac{a^2 - 3}{3}} = \frac{3}{a^2 - 3a}$$

$$b) \frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x + y} : \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

$$c) \frac{x^4 + x^2y^2 + y^4}{x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3} \cdot \frac{x^2 - xy + y^2}{x + y}, \text{Po 94/12}$$

$$d) \left(\frac{x^2 + xy}{x^3 + x^2y + xy^2 + y^3} + \frac{x}{x^2 + y^2}\right) : \left(\frac{1}{x - y} - \frac{2xy}{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}\right) \quad x \neq y, \frac{2x}{x - y}$$

$$e) \frac{a - ab + c - bc}{1 - 3b + 3b^2 - b^3} = \text{Po 94/12c } \frac{a + c}{(b - 1)^2}$$

$$f) \frac{x^4 + 4}{x^2 + 2x + 2} = x^2 - 2x + 2$$

32) Je dán výraz $V(a) = \frac{(a - 2) \cdot a^2 - a + 2}{a - 1}$ $a^2 - a - 2; 1, -1, 2; -\frac{152}{81}$

- Upravte výraz na tvar trojčlenu a seřadte dle stupně členů
- Určete definiční obor
- Určete nulové body výrazu
- Určete hodnotu výrazu pro $a = -0, \bar{1}$